



ÁMBITO

CIENTÍFICO

TECNOLÓGICO

Graduado 2

Ámbito

Ámbito

Científico-Tecnológico

Científico-Tecnológico

2

2 Graduado

*No permitamos que la austeridad afecte a la transmisión del saber.
Para todos aquellos que no solamente viven de la educación,
sino que además la sienten.*

Primera edición, 2013
Edición revisada, 2016

Autor: Sergio Galea Bonet
Coautora: María Teresa Gamazo Climent
Maquetación: Daniela Vasilache
Edita: Educàlia Editorial, S.L..
Imprime: Ulzama, S.A.

ISBN: 978-84-940816-4-4
Depósito Legal: V-1201-2013

Printed in Spain/Impreso en España.

Todos los derechos reservados. No está permitida la reimpresión de ninguna parte de este libro, ni de imágenes ni de texto, ni tampoco su reproducción, ni utilización, en cualquier forma o por cualquier medio, bien sea electrónico, mecánico o de otro modo, tanto conocida como los que puedan inventarse, incluyendo el fotocopiado o grabación, ni está permitido almacenarlo en un sistema de información y recuperación, sin el permiso anticipado y por escrito del editor.

Alguna de las imágenes que incluye este libro son reproducciones que se han realizado acogiendo al derecho de cita que aparece en el artículo 32 de la Ley 22/18987, del 11 de noviembre, de la Propiedad intelectual. Educàlia Editorial agradece a todas las instituciones, tanto públicas como privadas, citadas en estas páginas, su colaboración y pide disculpas por la posible omisión involuntaria de algunas de ellas.

Educàlia Editorial, S.L.
C/ Av. de las Jacarandas, 2, loft 327 - 46100 Burjassot
Tel: 960 624 309 - 963 768 542
E-Mail: educaliaeditorial@e-ducalia.com
<http://www.e-ducalia.com/material-escolar-colegios-ies.php>

PREFACIO

La **FORMACIÓN BÁSICA DE ADULTOS** está orientada a garantizar a todas las personas, que han superado la edad máxima de permanencia en los centros ordinarios para cursar la secundaria obligatoria, una educación básica.

Esta etapa formativa abarca desde la alfabetización hasta la obtención del Título de Graduado en Educación Secundaria y se distribuye en dos ciclos:

- Ciclo I: Programas de alfabetización y de iniciación a la formación básica de las personas adultas.
- **CICLO II: PROGRAMAS PARA ADQUIRIR Y ACTUALIZAR LA FORMACIÓN BÁSICA DE LAS PERSONAS ADULTAS HASTA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA (GES).**

El material que proponemos se regula por la legislación vigente sobre la formación de personas adultas, pero sin olvidar, que dichos programas constituyen una oferta formativa básica para alumnos que abandonaron el sistema educativo sin la obtención del graduado en educación secundaria.

Por tanto, es necesario desarrollar la práctica docente teniendo como referente que la contextualización debe ser el eje orientador del trabajo educativo. Entendiéndose el contexto en un sentido amplio de manera que incluya tanto las variables individuales, como grupales, sociales, laborales y culturales, articulando proyectos de formación que combatan la discriminación de todo tipo y que faciliten información, formación y orientación para mejorar las condiciones de inserción social y laboral, a fin de que las personas adultas puedan comprender, interpretar y transformar las realidades sociales, económicas y culturales, para hacerlas más justas, libres y creadoras.

Este libro aborda el **ÁMBITO CIENTÍFICO-TECNOLÓGICO** en el **NIVEL II** del **SEGUNDO CICLO** de la Formación de Personas Adultas, integrado por los siguientes módulos:

- Procesos e Instrumentos Matemáticos.
- Naturaleza, Ecología y Salud.
- Ciencias y Tecnología.

Pueden existir infinidad de libros para el **Ámbito Científico-Tecnológico**, pero ninguno de ellos elaborado, como éste, desde la práctica docente en el aula.

Por tanto, estamos en condiciones de asegurar que el libro que presentamos favorecerá una metodología activa y participativa. Solo desde la aceptación de su propia responsabilidad en el estudio podremos obtener unos buenos resultados en el programa. La forma de enseñar va a condicionar el rechazo o el interés del adulto hacia su formación. Debe estar alejada de los métodos tradicionales que estos alumnos han tenido en su experiencia escolar, porque puede haber sido uno de los motivos que les ha llevado a su fracaso. Por tanto, la metodología que se utilizará deberá basarse en los principios siguientes:

- Partir de los conocimientos que ya tengan afianzados.
- Intentar acercarse a ellos como personas antes de cómo alumnos.
- Ganarse su confianza para que vean en el profesor a alguien que está dispuesto a ayudarle según sus capacidades.
- Procurar que el aprendizaje sea interdisciplinar.
- Dar al proceso de aprendizaje un enfoque funcional.

Estamos seguros que encontrareis en estas páginas un aliado para afrontar con éxito el reto de educar-enseñar a alumnos que, de no ser por este programa, estarían excluidos del sistema educativo.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

UNIDAD 1.- NÚMEROS REALES.

- Números enteros.
- Operaciones con números enteros.
- Potencias de exponente entero.
- Resolución de problemas reales que implican números enteros.
- Números racionales.
- Operaciones con fracciones.
- Resolución de problemas reales que implican fracciones.

UNIDAD 2.- PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES.

- Proporcionalidad.
- Resolución de problemas reales que implican magnitudes directamente proporcionales.
- Resolución de problemas reales que implican magnitudes inversamente proporcionales.
- Resolución de problemas que implican proporcionalidad compuesta.
- Porcentajes.
- Resolución de problemas reales que implican porcentajes.

UNIDAD 3.- MEDIDAS

- Conceptos básicos: magnitudes, unidades, errores,...
- El Sistema Internacional de Unidades.
- Determinación de la masa, el volumen y la densidad.
- Proyecto Tecnológico: Construcción de una Cámara Estenopeica.

UNIDAD 4.- LA MATERIA

- Modelo cinético-corpúscular.
- Estados de agregación.
- Cambios de estado de agregación.
- Composición de la materia.
- Sustancias puras y mezclas.
- Separación de mezclas.
- Disoluciones.
- Práctica de Laboratorio: Elaboración artesanal de Jabón.

UNIDAD 5.- ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

- Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita.
- Resolución de problemas de la vida real mediante ecuaciones de primer grado.
- Resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita completas.
- Resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita incompletas.
- Métodos de resolución de los sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.
- Resolución de problemas de la vida real mediante sistemas de ecuaciones.

UNIDAD 6.- EL ÁTOMO Y EL SISTEMA PERIÓDICO

- Modelos atómicos.
- Estructura de los átomos.
- Tabla periódica de los elementos.
- Del átomo a la molécula.
- Enlaces iónicos, metálicos y covalentes.
- Formulación.
- Práctica de laboratorio: Papel artesanal.

UNIDAD 7.- FUNCIONES

- Sistema de coordenadas.
- Funciones y sus expresiones.
- Interpretación de gráficos de funciones.
- Propiedades de las funciones.
- La función lineal y afín.
- Ecuaciones de la recta.
- La función parabólica.

UNIDAD 8.- MOVIMIENTO

- Concepto de movimiento. Posición, desplazamiento y trayectoria.
- Magnitudes físicas involucradas y sus unidades: espacio, tiempo, velocidad y aceleración.
- Gráficas tipo espacio-tiempo y velocidad-tiempo.
- Tipo de movimientos.
- Movimiento rectilíneo y uniforme.
- Movimiento rectilíneo y uniformemente variado.
- Práctica de laboratorio: Cálculo velocidades.

UNIDAD 9.- LA TIERRA

- La atmósfera.
- La hidrosfera.
- Importancia del agua para la vida. El agua en la Tierra.
- El agua y su disponibilidad en cuanto a calidad y cantidad.
- Ciclo del agua.
- La litosfera.
- Placas tectónicas.
- El manto y el núcleo terrestre.
- Proyecto Tecnológico: Volcán en erupción.

UNIDAD 10.- ESTADÍSTICA

- Determinación de poblaciones y muestras dentro del contexto del alumnado.
- Distinción del tipo de variable (cualitativa o cuantitativa, discreta o continua).
- Confección de tablas de frecuencias a partir de una colección de datos o de una experiencia realizada por el alumno.
- Gráficos estadísticos: Diagramas de barras, histogramas y diagramas de sectores.
- Confección e interpretación de gráficos estadísticos.
- Medidas de centralización: la media.
- Medidas de dispersión: la desviación típica.
- Cálculo de la media y de la desviación típica.

UNIDAD 11.- EL CUERPO HUMANO.

- El cuerpo humano.
- La morfología celular.
- El funcionamiento celular.
- Los tejidos.
- Los órganos, aparatos y sistemas.

UNIDAD 12.- GEOMETRÍA.

- Teorema de Pitágoras.
- Figuras planas.
- Resolución de problemas relacionados con la geometría plana.
- Prismas, cilindros, pirámides, conos y esferas.
- Resolución de problemas relacionados con la geometría espacial.

UNIDAD 13.- ASTRONOMÍA

- Coordenadas celestes.
- Constelaciones.
- Escala del universo.
- La esfera terrestre.
- Coordenadas geográficas.
- Movimientos de la Tierra.
- Las estaciones. Equinoccios y solsticios
- El Sistema Solar.

UNIDAD 14.- NUTRICIÓN Y SALUD.

- Nutrientes y alimentos.
- La dieta.
- Manipulación y conservación de los alimentos.
- Alimentación y salud.
- Enfermedades relacionadas con la alimentación.

UNIDAD 1: NÚMEROS REALES.

OBJETIVOS:

A lo largo de esta unidad didáctica, trabajaremos con diferentes tipos de sistemas de numeración. Definiremos los diferentes conjuntos numéricos y seremos capaces de diferenciarlos, operar con ellos y entender que los números son una parte importante de nuestra vida cotidiana.

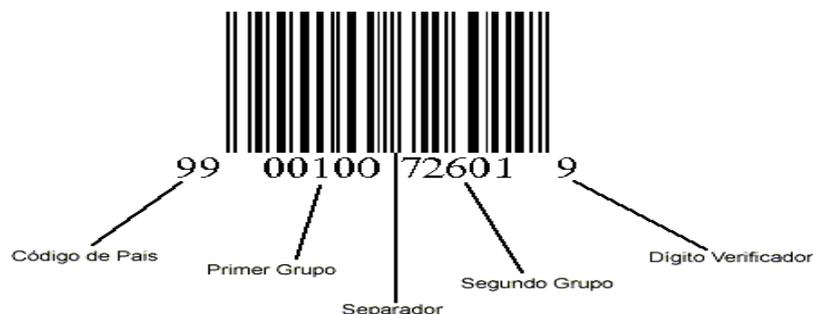
Por tanto, adquiriremos una serie de conceptos y técnicas que tienen una aplicación inmediata en situaciones cotidianas: **estamos hablando de matemáticas útiles para la vida.**

1. INTRODUCCIÓN

¿CÓMO SE CREAN LOS CÓDIGO DE BARRAS?

Todo código de barras está formado por 13 dígitos.

- Los dos primeros nos indican el país de procedencia del producto.
- Los cinco siguientes corresponden a la empresa productora del artículo.
- Los cinco siguientes hacen referencia al artículo en concreto fabricado por la empresa.
- El último dígito es un dígito de control.



Considera los siguientes códigos:



- ¿Cuál es el código del país? ¿Y el de la empresa? ¿Y el del producto? ¿Y el de control?
- Observa a partir del siguiente ejemplo como se crea el dígito de control e intenta sacar una regla general que nos explique este dígito.

Ejemplo: **8 4 8 0 0 0 0 1 0 6 4 8 3**
 1 3 1 3 1 3 1 3 1 3 1 3

$$8 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 8 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 + 6 \cdot 3 + 4 \cdot 1 + 8 \cdot 3 = 77$$

Faltan 3 para 80, entonces el último dígito es el 3

Aplica la regla general que has obtenido para demostrar que el dígito de control de este código de barras es el 7: **5 0 1 9 8 4 2 0 0 2 6 2 7**

- Comprueba la regla que has deducido en los códigos de barras anteriores.
- Coge códigos de barras que encuentres por casa y haz una lista con código de empresa y de artículo, comprobando en todos ellos que el último dígito es el correcto y si se respeta o no la normativa establecida. ¿Podrías indicar el dígito del país que corresponde a España?

Hay veces que esta normativa no se respeta y algunos comercios utilizan sus propios códigos de barras. Para los artículos vendidos, en algunos comercios tienen básculas que generan una etiqueta con código de barras; donde las posiciones anteriores a la última indican el precio del artículo.

¿CÓMO SE CREA EL ISBN?

Los libros y revistas periódicas tienen su propio código internacional, el ISBN (International Standard Book Number), que está formado por 13 dígitos divididos en cuatro grupos separados por guiones:



- Los tres primeros dígitos (978) son dígitos fijos y se implantaron a partir del 2007.
- Los dos siguientes (84) corresponde al grupo nacional donde se ha publicado el libro (España) y lo atribuye la Agencia Internacional para el ISBN.
- El segundo grupo (15827) corresponde a la editorial y lo atribuye un organismo oficial en cada país.
- El tercer grupo (15) corresponde al número que el editor atribuye a su libro
- El último es el dígito de control y sirve para verificar el código. ¿Pero cómo se calcula?
Multiplicando el primero de los 12 dígitos iniciales por 1, el segundo por 3, el tercero por 1, el cuarto por 3, y así sucesivamente hasta llegar al dígito 12; el dígito de control es el valor que se debe añadir a la suma de todos estos productos para hacerla divisible por 10.

Comprueba que los ISBN que te damos a continuación son correctos.



¿TIENE DÍGITO DE CONTROL EL NIF?

Si observamos nuestro NIF vemos que cada uno de nosotros tenemos un grupo de números y una letra, que funciona como el dígito de control en los códigos de barras.

¿Cómo podemos sacar letra?

- Divide el número de tu NIF entre 23.
- Observa el residuo y en función del residuo mira la siguiente tabla y asígnale la letra correspondiente.

RESIDUO	LETRA	RESIDUO	LETRA	RESIDUO	LETRA
0	T	8	P	16	Q
1	R	9	D	17	
2	W	10	X	18	V
3	A	11	B	19	H
4	G	12	N	20	L
5	M	13	J	21	C
6	Y	14	Z	22	K
7	F	15	S		E

Coge el NIF de algún compañero y justifica la letra que acompaña a su número.

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN:

Anteriormente, hemos trabajado con el sistema de numeración decimal, pero hay otros: El romano, el binario,...

Recopila información del sistema de numeración romano.

- Orígenes.
- Uso de los números romanos en la actualidad.
- Símbolos que se utilizan.
- Valor de cada símbolo en el actual sistema de numeración decimal.
- Regla o criterio para formar los números.

Resuelve estas preguntas.

a) Averigua si están bien escritos los siguientes números:

CD=400

DM=500

CM=900

XM=900

LC=50

IX=9

IC=99

VX=5

IL=49

XC=90

VM=995

IV=4

b) Traduce los siguientes números romanos al sistema decimal:

Romano	Decimal	Romano	Decimal
<i>CDLXIX</i>		<i>MCDXCII</i>	
<i>CMXLIII</i>		<i>MXXVIII</i>	
<i>MMCCCXLIII</i>		<i>CCCXLIII</i>	
<i>DCLXXV</i>		<i>DCCCXXXIII</i>	
<i>MMCDXXIV</i>		<i>CDXCIX</i>	
<i>MCMXCVII</i>		<i>IM</i>	
<i>LXXIII</i>		<i>LXIV</i>	
<i>CMXCIX</i>		<i>MCXXIII</i>	
<i>CDXLIX</i>			

2. LOS NÚMEROS ENTEROS.

Hasta ahora hemos trabajado con los números naturales, que son:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Pero, ya en la antigüedad, dicho conjunto de numeración se quedó obsoleto con la aparición del comercio. Y se buscó un conjunto de numeración que abarcara todas las posibles transacciones comerciales, tanto positivas, como negativas. Fue el nacimiento de los números enteros:

$$Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

SUMA Y RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

Para sumar dos números enteros debemos tener en cuenta si son del mismo signo o no (*también puede servir de ayuda pensar que los positivos son euros que tengo y los negativos euros que debo*):

a) **Números del mismo signo:** los sumamos y les dejamos su signo

$$+ 6 + 4 = + 10$$

$$- 6 - 4 = - 10$$

b) Números con diferente signo: al mayor le restamos el menor y al resultado le ponemos el signo del número mayor:

$$+6 - 4 = +2 ; -4 + 6 = +2$$

$$-6 + 4 = -2 ; +4 - 6 = -2$$

Cuando los números vienen encerrados con paréntesis, aplicamos la siguiente regla para quitarlos y sumar o restar como antes:

$$+(+6) = +6 ; -(-6) = +6 ; +(-6) = -6 ; +(-6) = -6$$

Ejemplo:

$$(+6) - (-4) = +6 + 4 = +10$$

$$(-6) - (+4) = -6 - 4 = -10$$

1.- Ordena de menor a mayor los siguientes números. (Utiliza los símbolos $>$ y $<$)

a) 7, 1, 0, -5, 15, -2

d) 9, 4, -3, -12

b) +15, -12, +8, -19

e) 4, -8, -6, 0, -3

c) -51, +1, 0, -17, 13,

f) -10, -2, +15, -17

2.- Completa las siguientes tablas

+	-2	+5	-3
+1			
+4			
-5			

-	-1	-5	+3
-2			
+3			
+5			

+	+3	+5	-2
-2			
+6			
+1			

-	-7	-6	+5
+4			
+3			
-2			

3.- Calcula las siguientes operaciones:

a) $(-8) + (-12)$

f) $(-85) + (+18)$

b) $(-18) + (-13)$

g) $(-18) + (+3) + (+7)$

c) $(+18) + (+23)$

h) $(+34) + (-86) + (-3)$

d) $(+125) + (-12)$

i) $(+10) + (-7) + (+15)$

e) $(-32) + (-56)$

j) $(+15) + (-13)$

4.- Resuelve las siguientes sumas y restas con números enteros:

a) $(+7) - (+5)$

f) $(+45) - (-37)$

b) $(+4) - (-3)$

g) $(+25) - (+12)$

c) $(+180) - (-23)$

h) $(-32) - (-16) - (-13)$

d) $(-25) - (-12)$

i) $(-85) - (-32)$

e) $(+100) - (-73) - (+25)$

j) $(+60) - (-23)$

5.- Resuelve:

a) $8 - 16$

b) $5 + 1 - 7$

c) $2 + (-4) - 12$

d) $-9 - 11 + 5$

e) $1 - 6 - 12$

f) $-7 + 8 - (-3)$

g) $-10 + 11 - 3$

h) $-5 + (-4) - (-1)$

i) $1 + (-15) - 20 + (-3)$

j) $23 - 9 + (+4) - (-12)$

6.- Calcula:

a) $4 + 6 - 3 - 8 + 7$

b) $-5 - 2 + (5 - 6 - 7)$

c) $3 - 9 - 2 - 3 + 8$

d) $-3 + (-1 - 3 + 5) - 2$

e) $-4 - 9 - 7 + 9 - 11$

f) $-7 + (-3 + 4 - 5 - 8)$

g) $-4 + 3 + 11 - 9 - 17$

h) $8 - 6 + (-9 + 5 - 4)$

i) $(-9) - (-7) + (-2) - (+5)$

j) $-2 - 3 - (-9 + 6 - 4)$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Regla de signos:

$$+ \cdot + = +$$

$$+ \cdot - = -$$

$$- \cdot + = -$$

$$- \cdot - = +$$

$$+ : + = +$$

$$+ : - = -$$

$$- : + = -$$

$$- : - = +$$

Prioridad en las operaciones combinadas:

Paréntesis, Potencias, Multiplicaciones y divisiones, Sumas y Restas de izquierda a derecha.

Ejemplo:

$$(-2 + 3) \cdot (-3) + 4 : (4 - 6)$$

$$(+1) \cdot (-3) + 4 : (-2)$$

$$(-3) + (-2)$$

$$(-5)$$

7.- Calcula las siguientes multiplicaciones de enteros:

a) $(+10) \cdot (+2)$

b) $(-20) \cdot (+5)$

c) $(-4) \cdot (-2)$

d) $(-3) \cdot (+9)$

e) $(-3) \cdot (-7)$

f) $(+6) \cdot (-2)$

g) $(-7) \cdot (+10)$

h) $(-5) \cdot (-3) \cdot (+9)$

i) $(+12) \cdot (-1) \cdot (+7)$

j) $(-6) \cdot (-5) \cdot (+2) \cdot (-3)$

8.- Calcula las siguientes divisiones de enteros

a) $(+10) : (+2)$

b) $(-20) : (+5)$

c) $(-4) : (-2)$

d) $(-27) : (+9)$

e) $(-70) : (-7)$

f) $(+6) : (-2)$

g) $(+20) : (-2)$

h) $(-49) : (-7)$

i) $(-96) : (-6)$

j) $(+72) : (+3)$

9.- Calcula el valor de cada expresión:

a) $4 \cdot 6 \cdot (-2)$

b) $-12 : (-3) \cdot (-2)$

c) $90 : (-30 : 3)$

d) $(-2) \cdot (-5) \cdot (-4) \cdot (-1)$

e) $27 : (-9) \cdot [6 : (-2)]$

f) $(-12 : 3) \cdot [(-8) : (-2)]$

10.- Calcula las siguientes operaciones combinadas teniendo en cuenta la prioridad de las operaciones:

a) $3 + 2 \cdot (-3) - (-8) : (-2)$

b) $-6 - 10 : (-2) + 4 - 5 \cdot 2$

c) $-4 : 2 \cdot (-3)$

d) $7 - 4 - (-3) - 3 \cdot (-2)$

e) $-30 : 5 + 6 \cdot (-2) : 3$

f) $(-3 - 5) : (-2)$

g) $5 + 3 - 12 : (4 - 5 - 1)$

h) $(10 - 14) : (8 - 6)$

11.- Realiza las siguientes operaciones:

a) $3 - 4 \cdot 2 - 18 : (-2)$

b) $6 : 2 + 15 : (-3) - 8 \cdot 2 : (-4)$

c) $7 + 15 : 3 - 8 \cdot 2 + 12 : (-3) \cdot 2$

d) $5 + 4 - 3 \cdot (-3) \cdot 2 - (-2) \cdot 3$

e) $16 - 3 \cdot (3 - 9) + 12 : (3 \cdot 4)$

f) $18 + (-10) : (-5) - 5 \cdot (2 - 7)$

g) $2 \cdot (6 - 3 \cdot 5) + (-3 - 6) : 3$

h) $-3 \cdot (5 \cdot 4 - 18) + (9 - 12) \cdot 2$

12.- Calcula:

a) $7 + 4 \cdot (6 - 5)$

b) $12 - 2 \cdot (3 + 5) + 4 \cdot (-3 + 5)$

c) $-3 \cdot (9 - 3 + 5) - (-10)$

d) $(6 - 9) \cdot 2 - (-2) \cdot (10 - 7)$

e) $(7 - 9) \cdot (8 - 5)$

f) $(4 + 6 - 5) : (8 - 3)$

g) $[2 - (4 \cdot 3 - 8)] \cdot (-4)$

h) $4 - (5 + 2) + 7$

POTENCIACIÓN

Llamamos potencia de base a y exponente n , donde n es un número natural mayor que 1 y lo escribimos a^n , al valor que resulta de multiplicar n -veces el número a .

Ejemplo: $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

Propiedades de las potencias:

• $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

• $a^n : a^m = a^{n-m}$

• $a^n \cdot b^m = (a \cdot b)^n$

• $a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

• $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

• $a^0 = 1$

• $a^1 = a$

13.- Escribe en forma de potencia

a) $8 \cdot 8 \cdot 8$

b) $8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

c) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

d) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

e) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

f) $9 \cdot 9 \cdot 9$

14.- Calcula el valor de las potencias:

a) $(-4)^2$

b) $(-3)^2$

c) $(+5)^3$

d) $(-2)^4$

e) $(-6)^3$

f) $(-5)^3$

g) $(+7)^2$

h) $(-10)^3$

i) $(+10)^6$

j) $(+3)^3$

k) $(-1)^2$

l) $(-2)^0$

15.- Calcula:

- | | | |
|--------------|-------------|-------------|
| a) $(-10)^5$ | f) -4^3 | k) $(-4)^3$ |
| b) $(-3)^6$ | g) $(-6)^4$ | l) 4^3 |
| c) $(-12)^0$ | h) 4^2 | m) 0^5 |
| d) $(-7)^5$ | i) $(-4)^2$ | n) 10^3 |
| e) -3^6 | j) -4^2 | o) $(-5)^3$ |

16.- Intenta descubrir una propiedad para el signo del resultado de una potencia.

17.- Escribe en forma de una única potencia:

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|-------------------------|
| a) $2^2 \cdot 2^2$ | g) $42^5 \cdot 42^5 \cdot 24^1$ | l) $(-1)^2 : (-1)^5$ |
| b) $2^3 \cdot 2^1$ | h) $6^2 : 6^3$ | m) $12^8 : 12^6$ |
| c) $(-3)^4 \cdot (-3)^5$ | i) $9^{13} : 9^{11}$ | n) $12^{-6} : 12^{-2}$ |
| d) $11^9 \cdot 11^2 \cdot 11^1$ | j) $13^4 : 13^6$ | o) $(-6)^2 : (-6)^{-3}$ |
| e) $6^2 \cdot 6^3 \cdot 6^4$ | k) $60^{13} : 60^3$ | p) $(-7)^1 : (-7)^{13}$ |
| f) $10^2 \cdot 10^7 \cdot 10^9$ | | |

18.- Expresa con una sola potencia:

- | | | |
|--|---------------------------------|-------------------------|
| a) $(-2)^5 \cdot (-2)^6$ | e) $10 \cdot 10 \cdot 10^5$ | i) $(-5)^{11} : (-5)^2$ |
| b) $12^5 \cdot 12^1 \cdot 12^5$ | f) $x^1 \cdot x^{21} \cdot x^4$ | j) $4^5 : 4^9$ |
| c) $(-7)^{11} \cdot (-7)^2 \cdot (-7)^4$ | g) $y^5 \cdot y^{12}$ | k) $(-6)^9 : (-6)^{14}$ |
| d) $4^6 \cdot 4^8$ | h) $(-15)^{12} : (-15)^2$ | l) $x^{13} : x^2$ |

19.- Expresa con una sola potencia:

- | | |
|------------------|--------------------|
| a) $[(-2)^5]^6$ | e) $[(-10)^2]^5$ |
| b) $[12^5]^{51}$ | f) $[-2^5]^{12}$ |
| c) $[(-4)^2]^4$ | g) $[(-6)^1]^2$ |
| d) $[4^6]^8$ | h) $[(-5)^{11}]^2$ |

3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS REALES CON ENTEROS

20.- La temperatura en una ciudad a las ocho de la mañana es de 3°C bajo cero, y a las doce del mediodía es de 6°C sobre cero. Calcula la variación de temperatura producida en estas cuatro horas.

21.- Un bloque de hielo está a 5°C bajo cero. Se calienta hasta que se consigue una variación de temperatura de 19°C . ¿Cuál será la temperatura final?

22.- Justiniano murió el año 60aC., después de vivir 70 años. ¿En qué año nació Justiniano?

23.- Un ascensor sube 3 plantas, después baja 2, sube 4 y acaba su recorrido bajando 3 para llegar al primer sótano. ¿En qué planta ha empezado el recorrido?

24.- Un termómetro marca 3°C bajo cero después de haber subido 8°C . ¿Qué temperatura marcaba antes de la subida?

25.- Carolina tiene una cuenta corriente con un saldo de 560€. Abona, con cargo su cuenta, un recibo de la luz de 120€ y dos compras que tienen el mismo importe, dejando la cuenta con un saldo de -40€. ¿Cuál es el importe de cada compra?

26.- Un autobús empieza su recorrido con una cierta cantidad de pasajeros. En la primera parada suben 3 y bajan 5, en la segunda suben 8 y bajan 3, en la tercera no sube nadie y bajan 12, en la cuarta bajan 9 y sube 1, y llega a la siguiente parada, que es su destino final, con 8 viajeros. ¿Con cuántos pasajeros empieza el viaje?

4. LOS NÚMEROS RACIONALES

Una fracción, $\frac{a}{b}$, es el cociente exacto de la división $a : b$, donde b es distinto de 0.

El conjunto formado por todos los números que se pueden expresar en forma de fracción se llama conjunto de los números Racionales y lo representamos por Q .

Fijaros que los conjuntos de los números naturales (N) y enteros (Z) están contenidos en Q .

Dos fracciones, $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, son equivalentes si son iguales, es decir: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow a \cdot d = c \cdot b$

27.- Clasifica los siguientes números y responde a las siguientes cuestiones

- a) ¿Hay números que no has podido clasificar?
- b) ¿Qué quiere decir eso?
- c) ¿Qué tipo de números son?

Número	N	Z	Q
3			
-16/4			
12/5			
5,2			
6,333...			
-8,232323....			
π			
-7			
1,567412976...			

28.- Clasifica los siguientes números:

Número	N	Z	Q	I
-5				
34				
4,787787778....				
-45,04040404....				
4/5				

29.- Escribe dos fracciones equivalentes a:

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{12}{5}$

c) $\frac{1}{9}$

RECORDATORIO DIVISIBILIDAD

30.- ¿Conoces los conceptos de múltiplo, divisor, número primo y número compuesto? Defínelos.

31.- El 42 es múltiplo de 6 y 6 esde 42, porque

32.- Completa las siguientes frases:

- a) Un número es divisible por 2 si.....
- b) Un número es divisible por 3 si.....
- c) Un número es divisible por 5 si.....

33.- Escribe todos los divisores de los números: 15 y 20. ¿A qué llamamos máximo común divisor de dos números? Calcula el MCD (15,20)

34.- Escribe 8 múltiplos de los números 15 y 20. ¿A qué llamamos mínimo común múltiplo?. Calcula el MCM (15,20)

35.- Haz la descomposición factorial de los siguientes números:

15	39	42	100	60
75	125	216	91	147

36.- Hay un proceso más sencillo para calcular el MCD y el MCM de dos o más números, que los utilizados en las actividades 32 y 33. ¿Podrías escribirlo?

37.- Calcula el MCD y el MCM de los siguientes pares de números.

- a) 18 y 24
- b) 48 y 49
- c) 120 y 60
- d) 428 y 136

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Consiste en encontrar otra fracción equivalente, resultado de dividir numerador y denominador por el mismo número, hasta encontrar una fracción equivalente que no se pueda simplificar más, dicha fracción se llama irreducible. El proceso más sencillo para obtener la fracción irreducible será dividir el numerador y denominador por el máximo común divisor del numerador y del denominador.

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

Para sumar y restar fracciones deben tener el mismo denominador

$$\frac{6}{4} - \frac{9}{4} = \frac{-3}{4} \qquad \frac{6}{4} + \frac{9}{4} = \frac{15}{4}$$

En los casos que no sea el mismo denominador, debemos reducir las fracciones a común denominador. ¿Cómo lo haremos?

1. Cogemos como denominador común de todas las fracciones el mínimo común múltiplo (mcm) de los denominadores
2. Multiplicamos el numerador de cada fracción por el cociente de dividir el mcm por su denominador.

Ejemplo: ¿ $\frac{5}{3} + \frac{3}{4}$?

mcm(6,4)=12

12:6=2 → nuevo numerador 2·5=10

12:4=3 → nuevo numerador 3·3=9

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{10}{12} + \frac{9}{12} = \frac{19}{12}$$

38.- Calcula la fracción irreducible de:

a) $\frac{40}{45}$ b) $\frac{30}{48}$ c) $\frac{60}{72}$ d) $\frac{200}{240}$

39.- Completa los siguientes cuadros:

+	3/4	1/5	1/3
2/3			
5/2			
4/2			

-	1/2	1/3	1/5
2/7			
3/4			
2/5			

40.- Resuelve las siguientes sumas y restas de números racionales:

a) $\frac{2}{3} + \frac{5}{4}$

e) $\frac{1}{3} - \frac{2}{8}$

i) $\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{5}{7}$

b) $\frac{1}{4} - \frac{5}{8}$

f) $2 + \frac{5}{8}$

j) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}$

c) $\frac{5}{2} + \frac{3}{6}$

g) $\frac{3}{2} - 1$

k) $\left(\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right) - \frac{1}{10}$

d) $\frac{7}{4} - \frac{5}{6}$

h) $\frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{2}\right)$

l) $\left(-\frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{4}{7}\right) + 1$

41.- Resuelve las siguientes sumas y restas con fracciones:

a) $\frac{2}{3} - \left(-\frac{5}{6}\right)$

c) $1 + \left(-\frac{3}{2}\right)$

e) $\frac{7}{3} - (-2)$

b) $\frac{4}{5} + \left(-\frac{3}{10}\right)$

d) $\frac{3}{6} - \left(-\frac{4}{9}\right)$

f) $-\frac{9}{12} - \left(+\frac{4}{3}\right)$

42.- Calcula y simplifica:

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

c) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{8}{15}$

e) $2 - \frac{1}{4} - \frac{7}{9} - \frac{1}{12}$

b) $1 - \frac{2}{3} - \frac{3}{4}$

d) $2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{7}{8}$

f) $\frac{7}{4} - 4 + \frac{5}{2} - \frac{1}{6}$

43.- Efectúa las siguientes operaciones y simplifica el resultado:

a) $2 - \left(\frac{3}{10} + \frac{5}{6}\right)$

c) $\frac{7}{4} - \left(\frac{3}{14} + \frac{2}{3}\right)$

e) $\frac{2}{3} - \left(3 + \frac{1}{4}\right)$

b) $\frac{2}{3} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)$

d) $-\frac{1}{2} + \left(3 + \frac{1}{4}\right)$

f) $4 - \left(\frac{1}{4} + 1\right)$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

Para multiplicar fracciones se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. (multiplicación en línea)

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{8}{27}$$

Para dividir fracciones se multiplican el numerador de la primera por el denominador de la segunda y el denominador de la primera por el numerador de la segunda. (regla del caramelo o multiplicación en cruz)

$$\frac{4}{5} \div \frac{8}{3} = \frac{12}{40}$$

44.- Completa los cuadros

·	3/7	2/3	4/5
2/4			
3/8			
1/2			

:	1/9	1/5	1/2
7/2			
8/3			
4/6			

45.- Realiza estas multiplicaciones:

a) $\frac{9}{12} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)$

d) $4 \cdot \frac{7}{10}$

g) $\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$

b) $\frac{3}{10} \cdot (-10)$

e) $\frac{3}{6} \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)$

h) $-\frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{15}{6}\right)$

c) $-\frac{1}{7} \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)$

f) $-\frac{5}{7} \cdot 14$

46.- Realiza estas divisiones:

a) $\frac{5}{2} : (-3)$

d) $4 : \frac{1}{2}$

g) $\frac{3}{5} : \left(-\frac{3}{2}\right)$

b) $-\frac{7}{4} : \left(-\frac{21}{6}\right)$

e) $-\frac{2}{9} : \left(-\frac{10}{3}\right)$

h) $-3 : \frac{2}{3}$

c) $\frac{12}{9} : \left(-\frac{4}{3}\right)$

f) $-\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$

47.- Calcula y simplifica al máximo:

a) $\left(\frac{-2}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)$

c) $\left(\frac{5}{2}\right) \cdot \left(-\frac{4}{5}\right)$

e) $\left(\frac{2}{5} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) \cdot \left(\frac{10}{3} - \frac{2}{5}\right)$

b) $\left(\frac{-1}{2}\right) : \left(\frac{-4}{11}\right)$

d) $\left(3 - \frac{4}{5}\right) : \left(2 + \frac{1}{5}\right)$

f) $\frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}}$

48.- Resuelve las siguientes operaciones combinadas con fracciones:

a) $\frac{1}{5} - \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \frac{2}{5}$

e) $-\frac{2}{5} + \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{5}\right) + 1$

b) $-\frac{4}{3} + 2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$

f) $-\frac{5}{4} + \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{5} - 2$

c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} - \frac{5}{6} : \frac{1}{10}$

g) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{5}\right) : \left(-\frac{4}{5}\right)$

d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + \left(-\frac{1}{4}\right)$

h) $-\frac{4}{7} \cdot \left(\frac{3}{5} - 1\right) + \frac{6}{5} : \frac{11}{2}$

49.- ¿A cuánto equivalen los $\frac{3}{5}$ de los $\frac{2}{3}$ de 6000?

50.- Los $\frac{3}{4}$ de un número es 9. ¿Cuál es este número?

51.- Los $\frac{4}{5}$ del dinero que tengo son 60 euros. ¿Cuánto dinero tengo?

52.- Un camión va cargado con 7200 kg de fruta en cajas de $\frac{5}{3}$ kg cada una. ¿Cuántas cajas transporta el camión?

53.- Un dependiente ha vendido en un día $\frac{1}{8}$ de un trozo de tela de 96 m. Al día siguiente, vende las $\frac{3}{4}$ partes de lo que le quedó el día anterior. ¿Cuántos metros ha vendido en los dos días?

¿Cuántos metros le quedan por vender?

54.- Una garrafa de vino está llena hasta los $\frac{8}{10}$ de su capacidad. Si necesitamos aún 240 litros para llenarla. ¿Cuál es la capacidad de la garrafa?

5.- COMPRUEBA LOS CONOCIMIENTOS ADQUIRIDOS

55.- Resuelve las siguientes operaciones combinadas con números enteros:

a) $(+4) - (-7) + (+6)$

d) $8 - (17 - 128 : 4 + 7 - 168 : 3)$

b) $(60 : 4) + 6 \cdot (-2)$

e) $(5 \cdot 3 - 7) + (15 - 4 \cdot 2 + 6)$

c) $(9 - 2) - (-7 + 6 - 1) + (3 - 4)$

56.- Expresa con una sola potencia:

a) $4^3 \cdot 4^2$

d) $2^4 \cdot 2^{-3} \cdot 2^6$

g) $5^4 : 5^3$

b) $10^5 \cdot 10 : 10^2$

e) $2^{-20} : 2^{-6}$

h) $[(-4)^3]^5$

c) $2^4 \cdot 5^4$

f) $12^3 : 3^3$

57.- A las 8 de la mañana el termómetro marcaba -5°C ; a las 12 del mediodía, la temperatura había subido a 8°C y, ahora, a las 12 de la noche, ha vuelto a bajar 5°C . ¿Qué temperatura marca en estos momentos el termómetro?

58.- Un avión que vuela a 5400 metros de altura desciende 500 metros para evitar una tormenta. Des de esta altura, detecta en la vertical un submarino que está sumergido a 70 metros de profundidad y que, en ese mismo instante, sube 25 metros. ¿Qué distancia separa el avión del submarino después de los movimientos de los dos?

59.- Resuelve las siguientes operaciones y simplifica:

a) $\frac{7}{10} - \frac{2}{5} + \frac{1}{6} - \frac{2}{3}$

d) $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3}$

b) $\left(5 + \frac{1}{2}\right) - \left(4 + \frac{2}{3}\right)$

e) $\frac{2}{15} : \frac{2}{3}$

c) $\left(\frac{5}{4} - \frac{2}{3}\right) : \left(1 - \frac{4}{6}\right)$

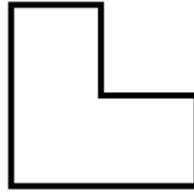
60.- De un rollo de cuerda de 60 metros, Raúl ha cortado $\frac{1}{2}$ del total, Pedro $\frac{1}{4}$ del total y Amparo, $\frac{1}{6}$ del total. ¿Qué fracción del rollo de cuerda han cortado entre los tres? ¿Cuántos metros quedan?

61.- De los 256 alumnos que hay en un instituto, $\frac{1}{4}$ son de 2n ESO. ¿Cuántos alumnos hay?

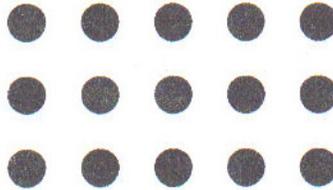
62.- En una excursión del centro participan 180 alumnos, lo que supone tres octavas partes del total de alumnado. ¿Cuántos alumnos tiene el centro?

6.- EJERCITA TU INTELIGENCIA

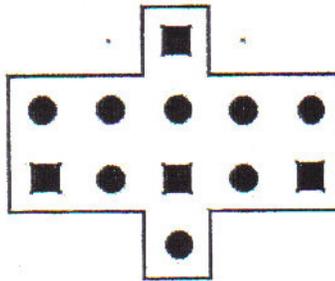
1.- Divide la siguiente figura en cuatro partes iguales:



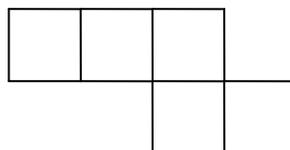
2.- ¿Qué dos puntos eliminarías para obtener 4 cuadrados iguales?



3.- La ilustración muestra una huerta con naranjos (representados por los cuadrados) y limoneros (representados por los círculos). Cuatro hermanos quieren repartirse el huerto. ¿Cómo pueden hacer el reparto para tener partes de igual forma, tamaño y con los mismos árboles de cada clase?



4.- En el siguiente dibujo los segmentos representan palillos. El problema consiste en mover dos palillos para obtener cuatro cuadrados iguales.



5.- El siguiente triángulo está compuesto por monedas. Moviendo sólo tres monedas, ¿serías capaz de conseguir que el triángulo apuntara en dirección opuesta?

