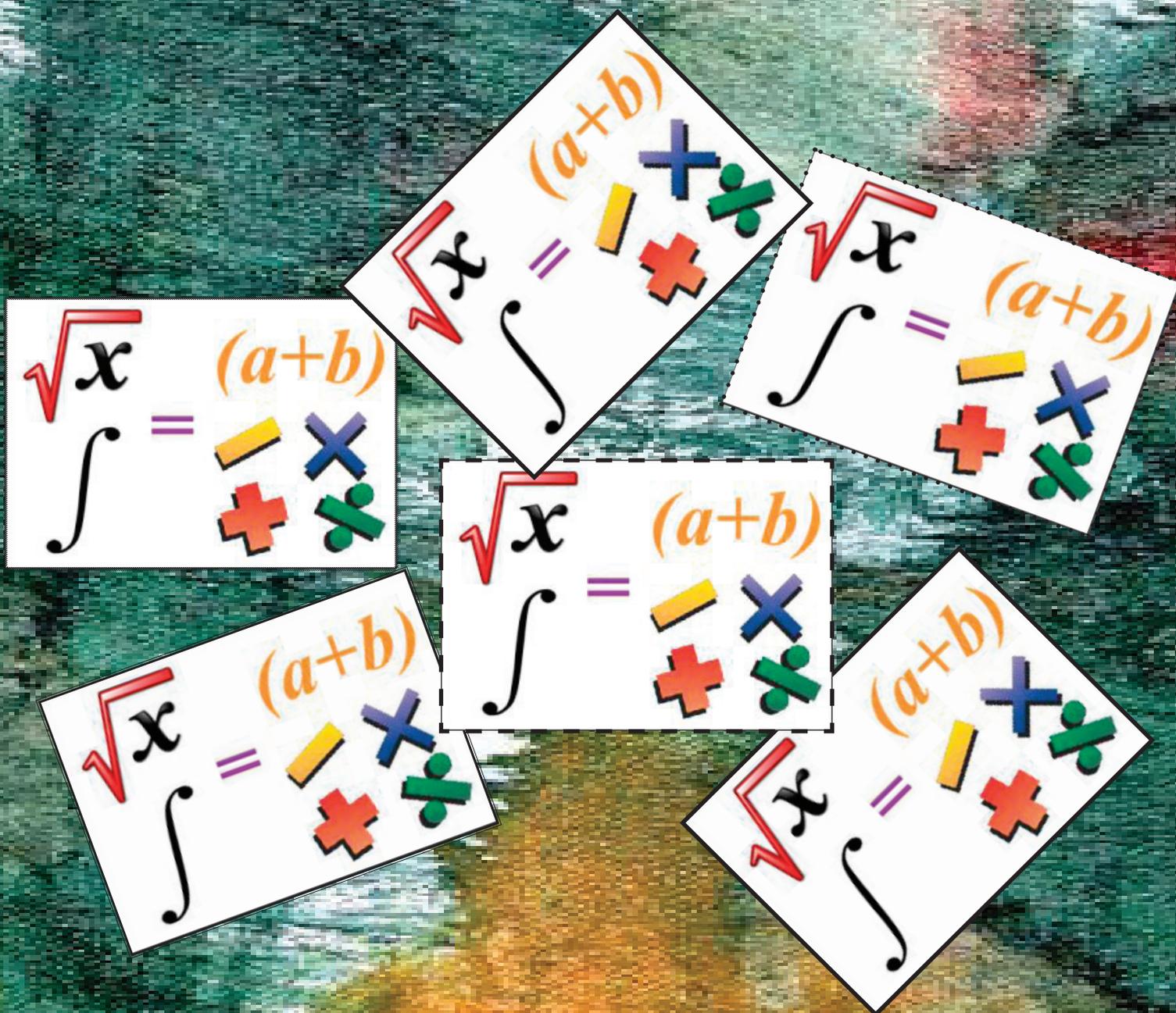


# MATHÉMATIQUES

## TROISIÈME

SECTION BILINGUE



Marina Arto Serrano

# **MATHÉMATIQUES**

# **TROISIÈME**

**SECTION BILINGUE**

**Marina Arto Serrano**

*Marina Arto Serrano*

**Primera edición, 2014**

**Autor:** Marina Arto Serrano

**Maquetación:** Daniela Vasilache

**Edita:** Educàlia Editorial, S.L.

**Imprime:** Escenarigràfic S.L.

**ISBN:** 978-84-942757-4-6

**Depòsit Legal:** V-1616-2014

Printed in Spain/Impreso en España.

Todos los derechos reservados. No está permitida la reimpresión de ninguna parte de este libro, ni de imágenes ni de texto, ni tampoco su reproducción, ni utilización, en cualquier forma o por cualquier medio, bien sea electrónico, mecánico o de otro modo, tanto conocida como los que puedan inventarse, incluyendo el fotocopiado o grabación, ni está permitido almacenarlo en un sistema de información y recuperación, sin el permiso anticipado y por escrito del editor.

Alguna de las imágenes que incluye este libro son reproducciones que se han realizado acogiéndose al derecho de cita que aparece en el artículo 32 de la Ley 22/18987, del 11 de noviembre, de la Propiedad intelectual. Educàlia Editorial agradece a todas las instituciones, tanto públicas como privadas, citadas en estas páginas, su colaboración y pide disculpas por la posible omisión involuntaria de algunas de ellas.

Educàlia Editorial, S.L.

Avda. Jacarandas, 2, loft 327, 46100 Burjassot - Valencia

Tel: 960 624 309 - 963 76 85 42 - 610 900 111

E-Mail: [educaliaeditorial@e-ducalia.com](mailto:educaliaeditorial@e-ducalia.com)

<http://www.e-ducalia.com/material-escolar-colegios-ies.php>

# TABLE DES MATIÈRES

## LEÇON 0. RAPPELS

1. MULTIPLES ET DIVISEURS
2. NOMBRES PREMIERS
3. RÈGLES DE DIVISIBILITÉ
4. LE PLUS GRAND COMMUN DIVISEUR
5. LE PLUS PETIT COMMUN MULTIPLE
6. LES NOMBRES ENTIERS
  - 6.1. Repérage sur une droite
  - 6.2. Opposé d'un nombre entier
  - 6.3. Valeur absolue
  - 6.4. Opérations. Règles
  - 6.5. Puissances des nombres entiers relatifs
  - 6.6. La racine carrée
  - 6.7. Priorités opératoires
7. LA RAISON ET LA PROPORTION
  - 7.1. Raison et rapport
  - 7.2. Proportion. Termes extrêmes et moyens
  - 7.3. Quatrième proportionnelle

### EXERCICES

## LEÇON 1. LES NOMBRES RATIONNELS

1. FRACTIONS
  - 1.1. Fractions équivalentes
  - 1.2. Nombres rationnels
  - 1.3. Comparer des fractions
2. OPÉRATIONS ENTRE NOMBRES FRACTIONNAIRES
  - 2.1. Addition et soustraction
  - 2.2. Multiplication
  - 2.3. Division
  - 2.4. Puissance
3. ÉCRITURE DÉCIMALE
  - 3.1. Fractions décimales
  - 3.2. Notation scientifique
  - 3.3. De l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale
  - 3.4. De l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire

### EXERCICES

## LEÇON 2. LES NOMBRES RÉELS

1. LES NOMBRES IRRATIONNELS
2. LES NOMBRES RÉELS
3. ARRONDIS ET TRONCATURES
4. NOMBRES RÉELS ET DROITE GRADUÉE
5. ORDRE. INTERVALLE
  - 5.1. Ordre
  - 5.2. Inégalité et intervalle

### EXERCICES

## LEÇON 3. CALCUL LITTÉRAL

1. EXPRESSIONS ALGÈBRIQUES
2. MONÔMES
  - 2.1. Écriture d'un monôme
  - 2.2. Degré d'un monôme entier
  - 2.3. Monômes semblables
  - 2.4. Opérations sur les monômes

3. POLYNÔMES
  - 3.1. Binôme/trinôme
  - 3.2. Réduction de polynômes
  - 3.3. Degré d'un polynôme
  - 3.4. Opérations sur les polynômes
4. OPÉRATIONS SUR LES FRACTIONS ALGÈBRIQUES

EXERCICES

#### **LEÇON 4. ÉQUATIONS**

1. TRANSFORMATIONS D'ÉGALITÉS
2. ÉQUATIONS À UNE INCONNUE
  - 2.1. Équations du premier degré
  - 2.2. Équations du deuxième degré

EXERCICES

#### **LEÇON 5. SYSTÈMES D'ÉQUATIONS**

1. ÉQUATIONS LINÉAIRES
  - 1.1. Équations linéaires à deux inconnues
  - 1.2. Système de deux équations linéaires à deux inconnues
2. MÉTHODES DE RÉOLUTION
  - 2.1. Méthode par comparaison
  - 2.2. Méthode par substitution
  - 2.3. Méthode par combinaison
3. INTERPRÉTATION GÉOMÉTRIQUE ET DISCUSSION

EXERCICES

#### **LEÇON 6. PROGRESSIONS ARITHMÉTIQUES ET GÉOMÉTRIQUES**

1. INTRODUCTION
  - 1.1. Exemples
  - 1.2. Définitions
2. LES PROGRESSIONS ARITHMÉTIQUES
  - 2.1. Terme général d'une progression arithmétique
  - 2.2. Somme de n termes consécutifs
3. LES PROGRESSIONS GÉOMÉTRIQUES
  - 3.1. Terme général d'une progression géométrique
  - 3.2. Somme de n termes consécutifs
  - 3.3. Somme de tous les termes lorsque  $|q| < 1$
  - 3.4. Produit de n termes consécutifs
4. LES INTÉRÊTS COMPOSÉS

EXERCICES

#### **LEÇON 7. FONCTIONS**

1. INTRODUCTION
2. DÉPENDANCE ENTRE DEUX GRANDEURS
3. PREMIÈRE IDÉE DE FONCTION
4. QUELQUES « OUTILS » POUR DÉCRIRE DES FONCTIONS
  - 4.1. Domaine et image d'une fonction
  - 4.2. Racine et ordonnée à l'origine
  - 4.3. Continuité
  - 4.4. Croissance et décroissance d'une fonction
  - 4.5. Maximum et minimum d'une fonction
  - 4.6. Parité

EXERCICES

## **LEÇON 8. FONCTIONS LINÉAIRES ET AFFINES.**

### **FONCTIONS DU SECOND DEGRÉ.**

1. FAMILLE DES FONCTIONS DU PREMIER DEGRÉ
2. LA FONCTION LINÉAIRE
  - 2.1. Détermination d'une fonction linéaire
3. LA FONCTION AFFINE
  - 3.1. Détermination d'une fonction affine
4. DROITES
  - 4.1. Droite parallèle à l'axe des ordonnées
  - 4.2. Droite parallèle à l'axe d'abscisses
  - 4.3. Droite non parallèle aux axes de coordonnées
5. APPLICATION AUX POURCENTAGES
  - 5.1. Exemples
  - 5.2. Exprimer une part ou un rapport en porcents
  - 5.3. Calculer avec des pourcentages
6. LA FONCTION DU DEUXIÈME DEGRÉ
  - 6.1. Calcul du sommet d'une parabole
  - 6.2. Points d'intersection avec les axes
  - 6.3. Détermination d'une fonction du second degré étant donné son graphique
  - 6.4. Exemple de l'étude d'une fonction du second degré

### EXERCICES

## **LEÇON 9. STATISTIQUES**

1. CONCEPTS BASIQUES
  - 1.1. Population et échantillon
  - 1.2. Variables statistiques
2. TABLEAUX, EFFECTIFS, FRÉQUENCES
  - 2.1. Le dépouillement
  - 2.2. Notions de fréquence
3. LES DIFFÉRENTS TYPES DE GRAPHIQUES
  - 3.1. Diagramme à bandes
  - 3.2. Histogramme et polygone statistique
  - 3.3. Diagramme circulaire
4. VALEURS CENTRALES
  - 4.1. Le mode
  - 4.2. La médiane
  - 4.3. La moyenne
5. MESURES DE DISPERSION
  - 5.1. Étendue
  - 5.2. Quartiles
  - 5.3. Variance
  - 5.4. Écart type

### EXERCICES

## **LEÇON 10. PROBABILITÉS**

1. DÉFINITIONS
2. NOTION DE PROBABILITÉ
3. EXPÉRIENCES ALÉATOIRES À DEUX ÉPREUVES

### EXERCICES

## **LEÇON 11. LIEUX GÉOMÉTRIQUES. FIGURES PLANES**

1. LIEUX GÉOMÉTRIQUES
2. LE TRIANGLE. DÉFINITIONS
3. GÉOMÉTRIE DU TRIANGLE. DROITES REMARQUABLES
  - 3.1. Bissectrice
  - 3.2. Hauteur
  - 3.3. Médiatrice
  - 3.4. Médiane

4. THÉORÈME DE PYTHAGORE
5. APPLICATIONS DU THÉORÈME DE PYTHAGORE
  - 5.1. Diagonale d'un rectangle
  - 5.2. Hauteur d'un triangle équilatéral ou isocèle
  - 5.3. Diagonale d'un parallélépipède
6. PÉRIMÈTRE ET AIRE DE FIGURES PLANES
  - 6.1. Périmètre d'une figure plane
  - 6.2. Formules d'aire des figures planes

EXERCICES

## **LEÇON 12. LES SOLIDES**

1. LES POLYÈDRES. DÉFINITIONS GÉNÉRALES
  - 1.1. Les prismes. Aire. Volume
  - 1.2. Les pyramides. Aire. Volume
2. LES CORPS RONDS.
  - 2.1. Les cylindres. Aire. Volume
  - 2.2. Les cônes. Aire. Volume
  - 2.3. Les sphères. Aire. Volume
  - 2.4. Formules d'aire et de volume des solides

EXERCICES

# LEÇON 0. RAPPELS

## VOCABULAIRE

Le multiple	El múltiplo
Le diviseur	El divisor
Les nombres premiers	Los números primos
Le plus grand commun diviseur (PGCD)	El máximo común divisor (mcd)
Le plus petit commun multiple (PPCM)	El mínimo común múltiplo (mcm)
Les nombres naturels	Los números naturales
Les nombres entiers (relatifs)	Los números enteros
Le repérage	La localización/representación
La droite graduée	La recta (real)
La valeur absolue	El valor absoluto
Opérations:	Operaciones:
Addition/somme	Suma
Soustraction/différence	Resta/diferencia
Multiplication/produit	Multiplicación/producto
Division/quotient	División/cociente
Puissance/exposant	Potencia/exponente
Racine carrée	Raíz cuadrada

### 1.- MULTIPLES ET DIVISEURS

- Un nombre est multiple d'un autre s'il le contient exactement zéro, une ou plusieurs fois.
- Un diviseur d'un nombre est contenu exactement un certain nombre de fois dans ce nombre.

5 est diviseur de 15  
15 est divisible par 5  
15 est multiple de 5

Comment reconnaître un multiple ou un diviseur ?



### 2.- NOMBRES PREMIERS

- Un nombre premier est un nombre qui possède exactement deux diviseurs: 1 et lui-même.
- Des nombres premiers entre eux sont des nombres qui ont 1 comme seul diviseur commun.

### 3.- RÈGLES DE DIVISIBILITÉ

Un nombre entier est divisible par:

- 2 s'il termine par 0, 2, 4, 6 ou 8
- 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3
- 4 si ses deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4
- 5 s'il termine par 0 ou 5
- 6 s'il est divisible par 2 et par 3
- 8 si ses trois derniers chiffres forment un nombre divisible par 8
- 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9
- 10 s'il termine par 0
- 11 si la différence entre la somme des chiffres de rang pair et la somme des chiffres de rang impair est 0 ou un multiple de 11

#### 4.- LE PLUS GRAND COMMUN DIVISEUR (PGCD)

Pour obtenir le PGCD de deux nombres on décompose les deux nombres en facteurs premiers. On prend les plus fortes puissances communes de chacun de ces facteurs et on obtient leur multiplication.

$$\begin{aligned}45 &= 3^2 \cdot 5 \\30 &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ \text{PGCD}(45,30) &= 3 \cdot 5 = 15\end{aligned}$$

#### 5.- LE PLUS PETIT COMMUN MULTIPLE (PPCM)

Pour obtenir le PPCM de deux nombres on décompose chacun des deux en produit de nombres premiers. Le PPCM est égal au produit des nombres premiers apparaissant dans l'une au moins des deux décompositions, chacun d'eux étant affecté du plus grand des deux exposants.

$$\begin{aligned}45 &= 3^2 \cdot 5 \\30 &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ \text{PPCM}(45,30) &= 3^2 \cdot 5 \cdot 2 = 90\end{aligned}$$

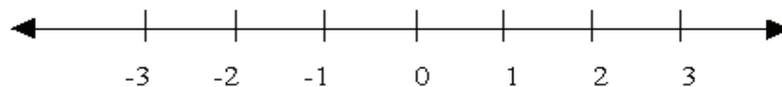
#### 6.- LES NOMBRES ENTIERS

On peut compter des objets: 0 (il n'y a pas d'objets à compter), 1, 2, 3..... On appelle ces nombres les entiers naturels, ou simplement les naturels.

Un ascenseur peut descendre dans le sous-sol, la température descend en dessous de 0°C.... On introduit ainsi les nombres négatifs tels que -1, -2, -10..... Les entiers positifs et négatifs forment l'ensemble des nombres entiers relatifs, ou simplement les entiers.

##### 6.1. REPÉRAGE SUR UNE DROITE

Pour positionner les nombres, on construit une droite graduée. À partir d'un point qu'on appelle l'origine du repère et qui représente le zéro, on gradue, d'abord, vers la droite: la demi-droite de sens positif avec les nombres entiers positifs, et vers la gauche: l'autre demi-droite avec les nombres entiers négatifs. Chaque point d'une droite graduée est repéré par un nombre: son abscisse.



##### 6.2. OPPOSÉ D'UN NOMBRE ENTIER

À chaque entier, positif ou négatif, on associe un nombre, appelé son opposé, disposé de telle sorte que les graduations d'un entier et de son opposé soient symétriques par rapport à 0 sur la droite graduée.

##### 6.3. VALEUR ABSOLUE

La valeur absolue d'un entier est la distance qui sépare sur la droite graduée la graduation de cet entier et celle du zéro.

On désigne la valeur absolue au moyen de deux barres verticales autour de l'écriture du nombre:

$$|3| = 3 \quad | -5 | = 5$$

##### 6.4. OPÉRATIONS. RÈGLES

###### • Règle d'addition.

Pour calculer la somme de deux entiers, on procède de la façon suivante:

- si les deux entiers sont positifs, il s'agit de la somme de deux naturels

- si les deux entiers sont négatifs:

\* leur somme est négative

\* la valeur absolue de la somme s'obtient en additionnant les valeurs absolues des deux nombres

- si l'un des nombres est positif et l'autre est négatif:

\* la somme a le signe de celui qui a la plus grande valeur absolue

\* la valeur absolue de la somme s'obtient en prenant la valeur absolue de la différence entre les valeurs absolues des deux nombres

• Règle de soustraction

Soustraire un nombre entier, c'est ajouter l'opposé de ce nombre.

• Règle du produit/ quotient

Pour obtenir le produit/quotient de deux entiers, on procède de la manière suivante:

- on calcule la valeur absolue du produit/quotient: c'est le produit/quotient des valeurs absolues

- on détermine le signe du produit/quotient par la «règle des signes»:

+	X	+	=	+
-	X	-	=	+
+	X	-	=	-
-	X	+	=	-
+	:	+	=	+
-	:	-	=	+
+	:	-	=	-
-	:	+	=	-

### 6.5. PUISSANCE DES NOMBRES ENTIERS RELATIFS

On définit la puissance d'un entier de manière analogue à la puissance d'un naturel:

$$(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$$

Le nombre -5 est la base, et le 3 est l'exposant. On dit: «moins cinq puissance trois»

#### Propriétés des puissances

a) Puissance d'un produit: est égale au produit de la puissance des facteurs

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

b) Puissance d'une division: est égale à la division des puissances

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

c) Puissance d'une autre puissance: est une puissance avec la même base et qui a par exposant le produit des exposants

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

d) Le produit de deux puissances de la même base est une puissance qui a la même base et dont l'exposant est égal à la somme des exposants

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

e) La division de deux puissances de la même base est une puissance avec la même base et dont l'exposant est égal à l'exposant du numérateur moins l'exposant du dénominateur

$$a^m / a^n = a^{m-n}$$

f) L'addition et la soustraction n'ont pas de propriétés:

$$(4 + 3)^2 \neq 4^2 + 3^2 \text{ puisque } (4 + 3)^2 = 49 \text{ et } 4^2 + 3^2 = 25$$

$$(4 - 3)^2 \neq 4^2 - 3^2 \text{ puisque } (4 - 3)^2 = 1 \text{ et } 4^2 - 3^2 = 7$$

### 6.6. LA RACINE CARRÉE

La racine carrée positive d'un nombre positif «a» donné est le nombre positif, noté, dont le carré vaut

«a»: Si  $a > 0$   $(\sqrt{a})^2 = a$

La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas car il n'y a aucun nombre dont le carré est négatif.

## 6.7. PRIORITÉS OPÉRATOIRES

On effectue d'abord les calculs entre parenthèses, en commençant par les parenthèses les plus intérieures. Dans une expression sans parenthèses on effectue les puissances et racines, ensuite les multiplications et les divisions et, finalement, les additions et soustractions.

## 7.- LA RAISON ET LA PROPORTION

### 7.1. RAISON OU RAPPORT

La raison est le résultat de la comparaison que l'on fait entre deux grandeurs homogènes en déterminant combien de fois l'une contient l'autre.

La raison entre les nombres 3 et 5 est le quotient  $\frac{3}{5}$

### 7.2. PROPORTION. TERMES EXTRÊMES ET MOYENS

Si on compare deux raisons, on obtient une proportion: quatre nombres dans cet ordre sont en proportion si le rapport de est égale à celui de:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

À cause de la façon dont ils sont placés, on dit que et sont les termes extrêmes, et sont les termes moyens de la proportion.

### 7.3. QUATRIÈME PROPORTIONNELLE

Lorsque l'on connaît 3 valeurs sur 4, dans une proportion, on peut trouver la «quatrième» valeur. On dira «rechercher la quatrième proportionnelle.»

Exemple: trouver la valeur de «x» dans:

$$\frac{x}{15} = \frac{2,3}{7,5} \text{ «x» est la quatrième proportionnelle.}$$

Résolution:  $7,5 x = 15$  fois 2,3:

$$x = 15 \text{ multiplié par } 2,3 \text{ divisé par } 7,5$$

$$x = 4,6$$

## EXERCICES

1. Calculez le PGCD de 110 et de 88.
2. Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110cm de longueur et de 88cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante: «*Découper dans ces plaques des carrés, tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte.*»
  - a) Quelle sera la longueur du côté du carré?
  - b) Combien obtiendra-t-on de carrés par plaque?
3. Déterminez tous les diviseurs de: 18, 32, 60, 125
4. Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifiez les réponses.
  - a) 3 est un diviseur de 43.
  - b) 24 a pour multiple 240.
  - c) 132 est divisible par 11.
  - d) 5 divise 450.
  - e) 7 a pour diviseur 21.
  - f) 8 est un diviseur de 0.
  - g) 222 est un diviseur de 31 024.
  - h) 1 est un multiple de 67.
  - i) 31 024 est un multiple de 113.
  - j) 1 divise 0.
  - k) 45 a pour diviseur 5.
  - l) 0 divise 15.

